

Grado en Ingeniería Civil – Análisis Matemático - Grupo C

1. a) Prueba, usando el teorema de Bolzano, que la función

$$f(x) = \cos x - \sin x + \frac{x^3}{2} - \frac{2}{3}$$

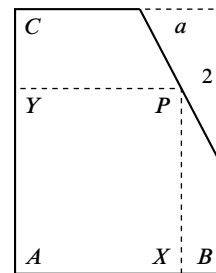
se anula en al menos tres puntos.

- b) Prueba, usando el teorema de Rolle, que dicha función no puede anularse en más de tres puntos.

2. En un cono circular recto, de radio en la base r y altura h , el volumen viene dado por $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, y el área de su superficie por $S = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$. Calcula las dimensiones del cono que tiene área superficial igual a 1 y cuyo volumen es máximo.

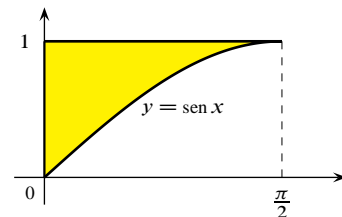
3.

La figura representa un espejo rectangular en el que se ha partido una esquina. Las dimensiones del espejo son $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 5$ y las de la esquina rota son las que se indican en la figura donde se supone que a es un valor conocido. Se pide calcular un punto P sobre la línea de corte de forma que el espejo de vértices A, X, P, Y tenga área máxima. ¿Para qué valor de a se verifica que el espejo de mayor área es un cuadrado?



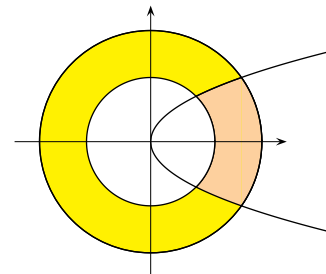
4.

La región del plano limitada por la curva de ecuación $y = \sin x$ para $0 \leq x \leq \pi/2$, el eje de ordenadas y la recta $y = 1$, gira alrededor del eje de ordenadas. Calcula, por el método de los discos y por el método de los tubos, el volumen del sólido de revolución así obtenido.



5.

Una corona circular de radio interior $\sqrt{2}$ y radio exterior $\sqrt{6}$ se corta con la parábola de ecuación $y^2 = x$. Calcula el área de cada una de las dos regiones resultantes.



6. Definición de las funciones arcotangente, arcoseno y arcocoseno.